Методические указания к выполнению контрольной работы

по курсу «Алгебра и геометрия»

Общие замечания.

Перед решением контрольной работы следует полностью выписать её условие. Решения задач располагайте в порядке возрастания номеров, указанных в задании.

Решения следует излагать, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения. Необходимые рисунки следует помещать в тексте по ходу решения. Ответы в конце решения задачи следует выделять. При необходимости используйте справочник по элементарной и высшей математике, прилагаемый к курсу (далее – ***Справочник***).

Контрольную работу следует посылать отдельным файлом, помещая в начале титульный лист.

*Задание 1. Решить систему линейных уравнений методом Крамера и методом Гаусса*



**Решение.**

1. Формулы Крамера: , где  - определитель системы, - определители, полученные из определителя системы заменой, соответственно, первого, второго и третьего столбцов на столбец свободных членов. (см. ***Справочник***)

Вычисляем определители, раскрывая их по первой строке.









Таким образом, по формулам Крамера

; ; .

2. Метод Гаусса (метод последовательного исключения неизвестных):

Составим расширенную матрицу системы:



Приведём её к треугольному виду, применяя элементарные преобразования к строкам матрицы.

Из строки 2 вычитаем строку1, из строки 3 вычитаем утроенную строку 1:

.

Строку 3 делим на -12, затем к строке 2 прибавим строку 3:

.

Наконец, из строки 1 вычитаем удвоенную строку 2 и утроенную строку 3:

.

Решение системы даёт последний столбец матрицы: .

**Ответ**: .

*Задание 2. Для данной матрицы найти обратную матрицу*

.

**Решение.** Есть несколько способов вычисления обратной матрицы. Используем один из них, а именно, формулу

 ,

где  - определитель матрицы *А* - матрица, составленная из алгебраических дополнений элементов матрицы *А,* транспонирование матрицы. (см. ***Справочник***)

Находим определитель матрицы



Вычисляем алгебраические дополнения элементов матрицы *А*

; ; ;

; ; ;

; ; .

Составляем матрицу :

.

Транспонируем её и делим на определитель 

.

**Ответ:** .

*Задание 3. Даны векторы *

*Найти:*

*a) угол между векторами  и ;*

*b) проекцию вектора  на вектор ;*

*c) векторное произведение ;*

*d) площадь треугольника, построенного на векторах .*

**Решение.**

При решении этой задачи используются формулы векторной алгебры (см. ***Справочник***). Например,

*а*) угол между векторами  и 

******

В нашем случае

******

Используя калькулятор, находим угол ***.***

*Задание 4. Даны координаты вершин треугольника*

**

1. *составить уравнение стороны АВ*
2. *составить уравнение высоты АD*
3. *найти длину медианы ВЕ*
4. *найти точку пересечения высот треугольника АВС.*

**Решение.**

При решении этой задачи используются формулы аналитической геометрии на плоскости (см. ***Справочник***). Например,

1. составить уравнение высоты *АD*

Используем уравнение прямой на плоскости, проходящей через данную точку (*А*) с данным нормальным вектором (*ВС*):

; .

Тогда искомое уравнение:

,

т.е.  или .



*Задание 5. Даны координаты вершин пирамиды*

**

*Найти:*

1. *уравнение плоскости ABC;*
2. *уравнение прямой AD;*
3. *угол между плоскостью ABC и прямой AD;*
4. *объём пирамиды АВСD.*

**Решение.**

При решении этой задачи используются формулы аналитической геометрии в пространстве (см. ***Справочник***). Например,

с) угол между плоскостью *ABC* и прямой *AD*.

Найдем уравнение плоскости *ABC* , проходящей через три данные точки, используя формулу:

.

 или  или  или .

Найдем уравнения прямой *AD*, используя формулу

.

 или .

Найдём угол между прямой и плоскостью, используя формулу

.

В нашем случае

; .